

地磁気から正弦波交流起電力の発生に挑戦！！

(三角関数と交流基礎理論の理解を求めて)

金沢市立工業高等学校

吉岡 学

ねらい

学生の皆さん、この教材を読む前に一度教科書を見てください。

教科書には、地磁気のことは地学の教科書に、正弦波交流起電力のことは電気の教科書に、三角関数やベクトルのことは数学の教科書に親切丁寧に説明されています。ですから、各項目は教科書を熟読すれば理解できると思います。しかし、今から述べます疑問に教科書だけで立ち向かうことができるでしょうか？おそらく不可能だと思います。

以前、私が工業高校で正弦波交流について教えていた頃に学生の一人が、“地球も磁石だからコイルと地球で電気が作れるのかも？”というとてもユニークな疑問を私達に投げかけてきました。教科書には書いていない……。その日以来、私と学生達とで“本当に、電気が作れるの？”という疑問に立ち向かったのです。そのときは、学生達とたくさん勉強会をしましたが、何もわからなかったのです。各項目は教科書を読めばわかるのに、その各項目との関連性がわからない……。そんな日々が続きました。そして、最終的に出来上がったのが今のテーマなのです。

では、一度、この教材を読んでみてください。

どうですか？この副教材は、地学？電磁気学？それとも数学？実は、いずれにも当てはまりません。なぜ？って、それは、私と学生達が出した答えでもある“自然現象を理解することに学問の境界線が無い”ということです。

では、もう一度、この教材を読んでみてください。

また、発見があると思います。それは、3回読めばわかります。ぜひ、熟読してその答えを自分なりに出してください。

目 次

1. 地球は磁石？
2. 地磁気の成分について
3. 三角関数について
4. 正弦波交流起電力装置について
5. 交流理論基礎問題
6. まとめ

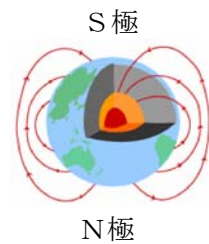
1. 地球は磁石？

私達の住んでいる“地球”実は、大きな磁石でもある。そこで今回は、その地球磁石の磁界（地磁気）を使って正弦波交流起電力を発生させることが可能かどうかを考えてみる。

今回は、数学の分野であるベクトルや三角関数の知識、地学の知識、工学の交流理論等数多くの知識が必要となる。しかし、心配しないでください。ここでは順次解説しながら進めていきますからじっくりと読んでください。また、今回のような自然科学の現象は、数・理・工の各分野の知識が密接に連携し合って理解可能になると思います。ぜひ、皆さんもこの教材を通して体験し、学び取ってください。

1.1 地磁気について

方位磁針のN極は、概ね北を指し示す。N極はS極にひかれるので、地球は北がS極で南がN極の大きな磁石と言える。磁石の周りには、磁力が作用して、磁場が形成される。そして地球の磁石によって生じる磁場のことを地磁気という。



1.2 北について

方位磁針のN極はほぼ北を指し示すが、厳密には北を示してはいない。地図上の北（真北）と方位磁針の北（磁北）は若干ずれている。この真北と磁北の角度を偏角という。偏角は時間と場所によって異なる。そして、そのデータは国土地理院のサイトにて閲覧可能である。



2. 地磁気の成分について

地磁気は、図 2.1 のように大きさと方向を持つベクトル量である。

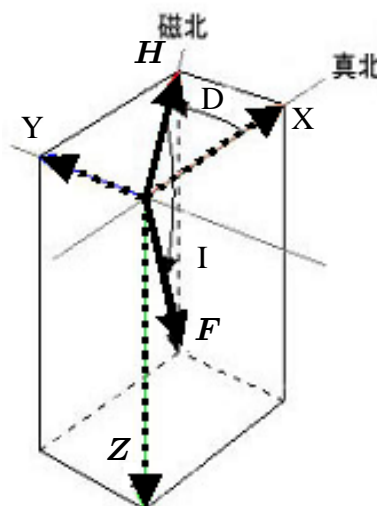


図 2.1 地磁気分力図

図 2.1 の地磁気の各成分は、下表 2.1 のようになる。

表 2.1 地磁気における各分力一覧

記号	名称	内容	備考
<i>F</i>	全磁力	地磁気の大きさ	地球磁場の強さ
<i>D</i>	偏角	<i>F</i> が水平面で真北となす角度	時計回りを正
<i>I</i>	伏角	<i>F</i> が水平面となす角度	水平面より下方を正
<i>H</i>	水平分力	水平面内での地磁気の大きさ	磁北を正とする
<i>Z</i>	鉛直分力	鉛直面内での地磁気の大きさ	鉛直下方を正とする
<i>X</i>	北成分	南北方向軸上での地磁気の大きさ	北を正とする
<i>Y</i>	東成分	東西方向軸上での地磁気の大きさ	東を正とする

表内の各力の成分は、角度によって表現される。したがって、ここでは一度、表現方法に用いる三角関数について基本事項の確認をする。

3. 三角関数について

三角関数の計算方法はたくさんあるが、ここでは、特に皆さんが忘れがちな点を説明することにする。

例 3.1 陥りやすい罠（その 1）

$\sin(\theta)$ 、 $\cos(\theta)$ 、 $\tan(\theta)$ の算出を分数にて表現する場合、通常は直角三角形を用いるが、三角形のどの辺を使用して求めるのか？ 求めたい角度の位置がずれた時にどの長さの辺の数値を使うのかわからなくなる場合が多くみられる。

解 三角関数で、求めたい角度 θ の位置を見なさい。 **$\sin(\theta)$ 、 $\tan(\theta)$ の場合、求めたい角度 θ をスタートの位置（分母）にする。**すると、図 3.1、図 3.3 のようになる。

$\cos(\theta)$ の場合は、求めたい角度 θ を包み込むようにする。図 3.2 のようになる。

$$\sin(\theta) = \frac{\textcircled{2}}{\textcircled{1}} = \frac{a}{c} \quad (3.1)$$

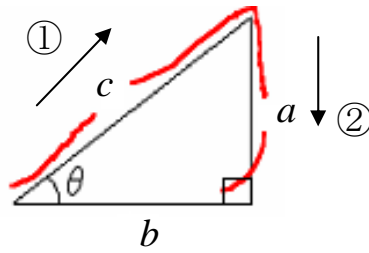


図 3.1 $\sin(\theta)$ の求め方

$$\sin(\theta) = \frac{\text{②}}{\text{①}} = \frac{a}{c} \quad (3.2)$$

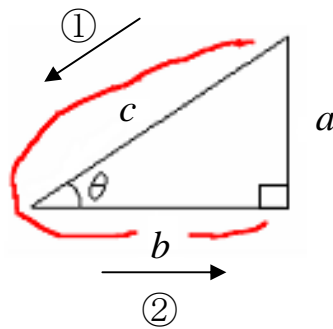


図 3.2 $\cos(\theta)$ の求め方

$$\cos(\theta) = \frac{\text{②}}{\text{①}} = \frac{b}{c} \quad (3.3)$$

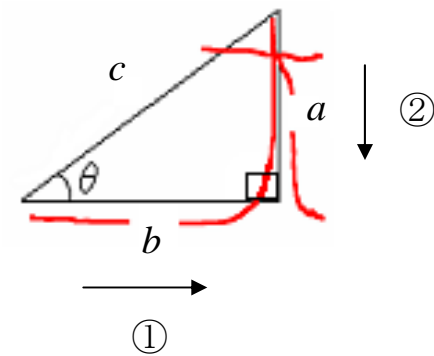


図 3.3 $\tan(\theta)$ の求め方

例 3.2 陥りやすい罠 (その 2)

$\sin\theta$ 、 $\cos\theta$ 、 $\tan\theta$ の表記について誤解していないだろうか？

解 $\sin\theta$ は、**sin**× θ だと思っている人が多い。たとえば、このように考えていないだろうか？

$$\sin \frac{\pi}{2} \quad \begin{array}{l} \nearrow \sin \times \frac{\pi}{2} \quad (\text{間違いである}) \\ \searrow \sin \left(\frac{\pi}{2} \right) \quad (\text{正解である}) \end{array} \quad (3.4)$$

このように間違いをしている人は、例えば、1 次関数 $3x$ のように考え、 $3 \times x$ と同様に扱おうとしてしまっているからである。そのようなミスをなくすためにもぜひ、このような表記方法に変更して、三角関数を正しく理解することである。

$$\left(\begin{array}{ccc} \text{旧表記法} & & \text{新表記法} \\ \sin \theta & \Rightarrow & \sin(\theta) \\ \cos \theta & \Rightarrow & \cos(\theta) \\ \tan \theta & \Rightarrow & \tan(\theta) \end{array} \right) \quad (3.5)$$

では、地磁気での各成分の力を三角関数を用いて表現するように試みる。

問 3.1 上述の図 2.1 地磁気分力図に示された鉛直成分の分力 Z 、水平分力 H を全磁力 F 、偏角 D 、伏角 I を用いて表しなさい。

解 地磁気分力図の直方体モデルを水平分力の対角線上に切りはなすと右図は赤い線に即して切断したときの断面図である。

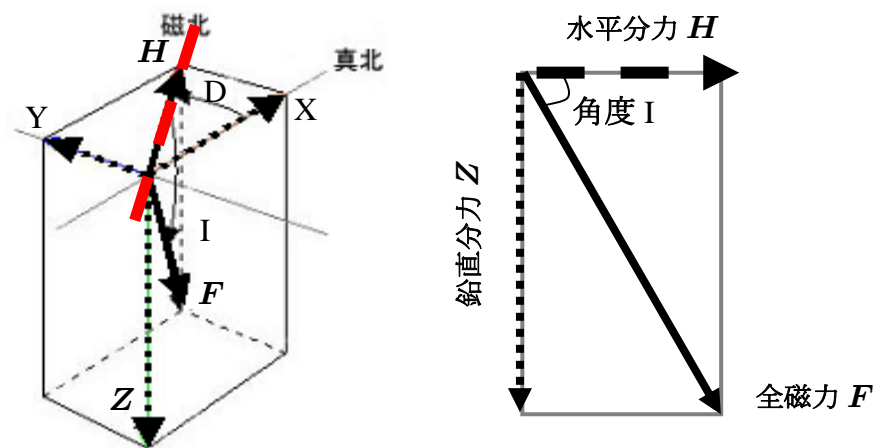


図 3.4 地磁気断面図

これより水平分力 H 、鉛直分力 Z を角度 I と全磁力 F 、三角関数を使って表現しなさい。

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{水平成分} & H = F \times \cos(I) \quad (3.6) \\ \text{鉛直成分} & Z = F \times \sin(I) \quad (3.7) \end{array} \right.$$

世にも不思議なお話

ここで、ちょっと一息。地磁気データを測定しようと、課題研究で試みた。原理は非常に、簡単である。部品は、コイルと丸い絶縁枠、方位磁針、抵抗など。実際に地磁気測定器を製作して生徒と一緒にいろいろな場所で測定してみた。結果は、まずまずのものであったが……。一箇所だけ、測定を何回行っても不可能なところがあった。どこだと思いますか???

実は、墓地なのです……。何回測定しても、私たちの自作の測定器では測定できなかったのです。こんなに科学が進歩した世の中にも理解できないことがあるなんて……。その時は、恐ろしくて生徒と逃げ帰った思い出があります。(アー怖い!!)

4. 正弦波交流起電力装置について

地磁気より正弦波交流起電力を発生させるための装置について考えてみる。原理図は、以下の通り。本校では、この装置を使って正弦波交流起電力を実習の時間に測定している。

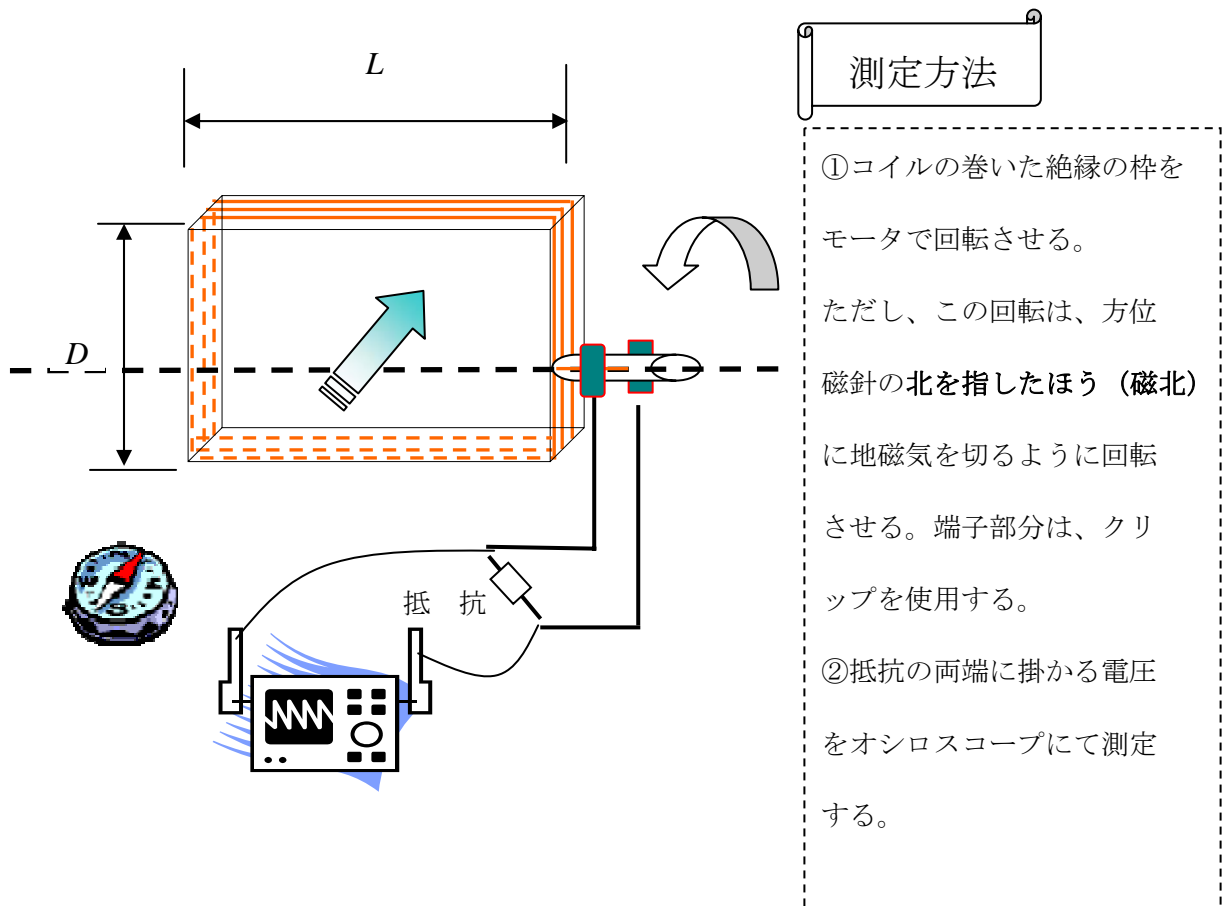


図 4.1 正弦波交流起電力測定装置原理図

ここで、正弦波交流起電力を発生させるための地磁気データについて付け加えておく。地磁気データは、国土地理院 地磁気測量というサイト (<http://vldb.gsi.go.jp>) で閲覧可能である。このサイトより一般的には地磁気データを取得することが可能である。

今回は、本校の位置する緯度と経度を使って算出することにする。金沢市立工業高等学校[石川県金沢市畝田町]の位置は、下記のような数値で表現できる。

$$\begin{cases} \text{緯度} & 36 \text{ 度 } 35 \text{ 分 } 31 \text{ 秒} \\ \text{経度} & 136 \text{ 度 } 36 \text{ 分 } 57 \text{ 秒} \end{cases}$$

その位置の数値を下記の算出式 (4.1) に入力すると求められる。

算出式は、

$$\begin{aligned} \text{地磁気 (水平分力)} \quad \boldsymbol{H} = & 29859.182 - 425.215 \Delta \phi - 87.838 \Delta \lambda \\ & - 5.725 \Delta \phi^2 + 7.773 \Delta \phi \Delta \lambda - 3.051 \Delta \lambda^2 \quad (\text{T}) \end{aligned} \quad (4.1)$$

$$\text{ただし、} \begin{cases} \Delta \phi = \phi - 37^\circ & (\phi \text{ は、緯度}) \\ \Delta \lambda = \lambda - 138^\circ & (\lambda \text{ は、経度}) \end{cases}$$

問 4.1 本校の地磁気 (水平分力) を算出式より求めてみよう。

解 磁束 (金沢市立工業高等学校地磁気水平分力) $\boldsymbol{H} = 3.305 \times 10^{-5} \text{ (T)}$ となる。

5. 交流理論基礎問題

問 5.1 いま、地磁気中を、長さ $L=0.6\text{m}$ 、幅 $D=0.5\text{m}$ 、コイルの巻き数 $N=50$ である図 4.1 のような正弦波交流起電力測定装置が、回転速度 $n=0.6\text{rps}$ で回転しているとき、次の問題を解きなさい。ただし、磁束密度 $B=3.305 \times 10^{-5} \text{ (T)}$ とする。

- (1) コイルの角速度 ω は何[rad/s]か？
- (2) コイル辺の周辺速度 v は何[m/s]か？
- (3) コイルに生じる最大値 E_m は何[mV]か？
- (4) 誘導起電力の周波数 f は何[Hz]か？
- (5) 誘導起電力の角周波数 ω は何[rad/s]か？
- (6) コイルの誘導起電力 e [mV]の式を考えてみよう。

解

(1) 角速度 ω は

$$\omega = 2\pi n = 2\pi \times 0.6 = 1.2\pi \text{ (rad/s)} \quad (5.1)$$

(2) 周辺速度 v は

$$v = \omega r = 1.2\pi \times \left(\frac{0.5}{2}\right) = 0.3\pi \text{ (m/s)} \quad (5.2)$$

(3) 最大値 E_m は

$$E_m = 2NBLv = 2 \times 50 \times 3.035 \times 10^{-5} \times 0.6 \times 0.3\pi = 1.7 \text{ (mV)} \quad (5.3)$$

(4) 周波数 f は

$$f = n = 0.6 \text{ (Hz)} \quad (5.4)$$

(5) 角周波数 ω は

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 0.6 = 1.2\pi \text{ (rad/s)} \quad (5.5)$$

(6) コイルの誘導起電力 e は

$$e = E_m \sin(\omega t) = 1.7 \times \sin(1.2\pi t) \text{ (mV)} \quad (5.6)$$

6. まとめ

以上より、次のことが理論的に可能であると言える。

- ① 一般的には、正弦波誘導起電力の発生には、磁石を使用して発生させるだけではなく地球磁気を使って正弦波誘導起電力を発生させることが可能である。(地球(自然)の可能性が大きく広がった)
- ② 装置を持ち運びすることによりどこにでも発電可能である。

次に、写真の装置を使用して実際に理論値と測定値が一致するかどうか測定してみよう。測定は、電気実習で行うことにするので楽しみにしておくこと。



図 6.1 正弦波交流起電力測定装置

参考文献

- [1] 北大路 剛, 第1版 電気の常識, オーム社, 1980 年
- [2] 中山 昇, 第3版 エレクトロニクス製作アイデア集, CQ 出版, 1997 年