力の合成と分解

石川県立輪島実業高等学校
沖野　信一

ねらい

「力の合成と分解」は，はじめて学習する生徒にとっては，意外と難しく感じるところです．力は目に見えません．目に見えない力の中に潜む規則性を理解するのは，なかなかイメージしにくいのではないかと思います．

「力の合成と分解」では，“平行四辺形の関係”が成り立ちますが，これは，目に見えない“力”を目に見えるように“矢印”であらわすことが基本となっています．“力の矢印”を使って，できるだけ“力”をイメージしてとらえることが大切です．

ここでの第一のねらいは，「力の合成と分解」の規則性を“力の矢印”を使って理解することです．しかし，これだけでは生きた知識にはなりません．どのような場面で「力の合成と分解」の規則性が隠れていることを，実生活の中でぜひ確認するようにしてください．力の法則が，身の回りに意外と数多く隠れていることが分かれば，世界が少し違って見えてくるかもしれませんよ．

目次

1. ことばの定義
   力の合成と分解を学習するにあたって，必要となる“ことば”の定義を確認します．
2. 力の合成の規則性
   力を合成するときは，平行四辺形の関係が成り立ちます．このような法則性について，確認をします．
3. 力の分解の規則性
   力を分解するときの法則性について，確認をします．
4. 力の合成の応用例　～ひとつの荷物を 2 人で持ち上げる例～
   力を合成するときの応用例として，ひとつの荷物を 2 人で持ち上げる例を取り上げます．2 本のロープの引き方の違いによって，2 人がひく力の大きさにどのような違いが生じるかを考えます．どんな引き方をしたら重く感じたり，軽く感じたりするか，自分の経験を思い出しながら，平行四辺形の関係（力の合成の規則性）と関連づけて理解しましょう．
5. 力の分解の応用例　～斜面をすべり落ちる物体の例～
   力を分解するときの応用例として，斜面をすべり落ちる物体の例を考えます．斜面の角度によって，物体のすべり落ちる様子は異なります．斜面の傾きが大きくなると，なぜ物体は速く落ちる（加速度が大きくなる）のかを，“重力の分解”を使って考察します．
6. 重力の分解
   文字式を使って重力を分解する例題に，くわしい解説を加えました．また，この際に必要となる三角比の確認もていねいにまとめてみましたので，このあたりが苦手な人は，ぜひ学習に役立ててください．

1. ことばの定義

２つの力と同じはたらきをする１つの力を求めることを**「合成する」**といい，合成された力を**合力**といいます．それとは逆に，１つの力をこれと同じはたらきをする２つの力に分けることを**「分解する」**といい，分解された力を**分力**といいます．したがって，「合成する」と逆のことをするのが「分解する」であり，「分解する」の逆が「合成する」となるわけです．

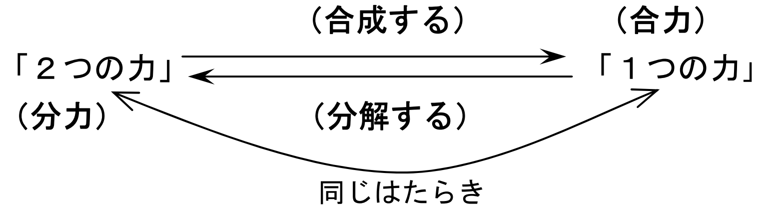


図 1.1　ことばの定義

2. 力の合成の規則性

力 F_1 と F_2 の合力が F_3 であるとすると，これらの力の大きさや向きについて，どんな関係があるのでしょうか． F_1， F_2， F_3 の力を，“力の矢印”であらわした場合，これらの関係は，一般に次のような平行四辺形の関係が成り立ちます．

２つの力 F_1，F_2 を２辺とする平行四辺形を書いたとき，それらの合力 F_3 の大きさと向きは平行四辺形の対角線で示されている．

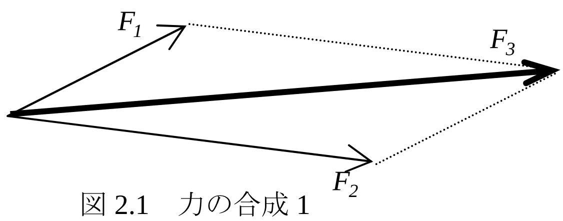


図 2.1　力の合成 1

また，2 つの力 F_1， F_2 のつくる角が直角（90°）の場合は，平行四辺形は長方形になります．この場合は，三平方の定理（ピタゴラスの定理）より，

$$F_3^2 = F_1^2 + F_2^2 \quad \text{つまり} \quad F_3 = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \quad （\because\ F_3 > 0）$$

が成り立ちます．

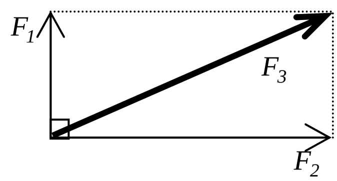


図 2.2　力の合成 2

3. 力の分解の規則性

力の分解の規則性は，基本的には合成のときと同じように平行四辺形の関係が成り立ちます．ただし，2 力を合成したときの合力はただ 1 つに決まりますが，ある 1 つの力を 2 力に分解する仕方は無数にあることに注意しましょう．

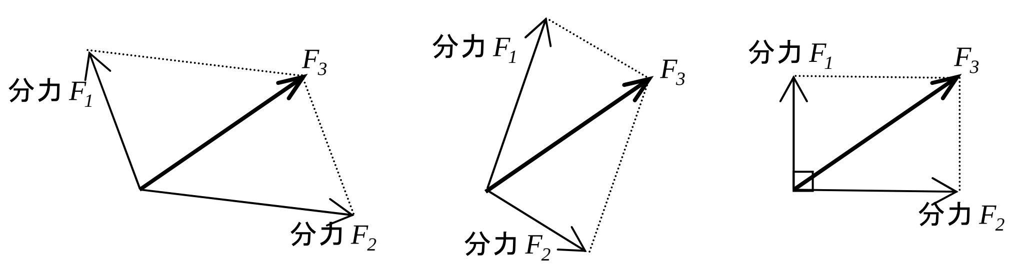


図 3.1　力の分解

4. 力の合成の応用例　～ひとつの荷物を２人で持ち上げる例～

10 kgの荷物の中央から 2 本のロープが出ており，一方のロープを A 君が，他方を B 君が引っ張って荷物を持ち上げているとします．図 4.1 の①～③のように，2 本のロープの引き方の違いによって，2 人がひく力の大きさにどのような違いが生じるかを考えてみましょう．

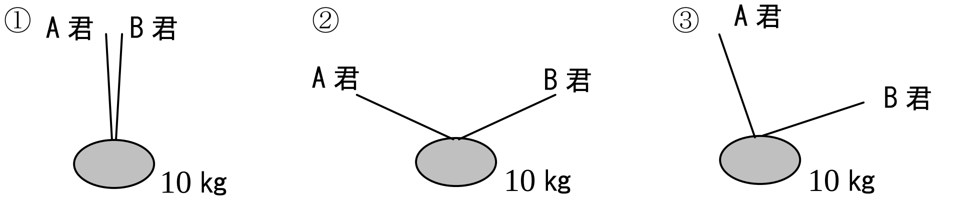


図 4.1　力の合成の応用例 1

A 君と B 君のもっているロープが荷物をひく力の大きさをそれぞれ F_A, F_B とします．(つまり，A 君，B 君がロープをひく力の大きさもそれぞれ F_A， F_B となります．）

①のように 2 本のロープのつくる角がほぼ 0 度となっており，2 人がともに真上に引っ張っている場合を考えます．この場合は， F_A， F_B はどちらも，荷物にかかる重力の大きさ 100N（約 10 kg重）の半分，つまり（約 5 kg重）となります．

次に，②のように 2 本のロープがつくる角を広げていく場合を考えてみましょう．図 4.2 のように平行四辺形を作図して「力の矢印」の長さに注目すると， F_A， F_B は①のとき（50N）よりも大きな力になることがわかります．つまり，**「2 本のロープのつくる角をひろげていくと，ロープをひく力は大きくしなければならない（重くなる）.」**ということがわかります．このことは，身近な実体験から経験している人も多いことでしょう．

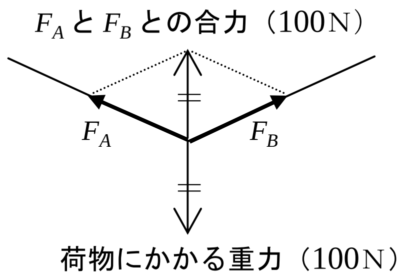


図 4.2　力の合成の応用例 2

それでは，③のように 2 人のロープをひく方向に変化をつけるとどうなるでしょうか．①から②のようにしたときは大きな力が必要になったので，B 君の方が大きな力が必要であると考えて良いでしょうか．実は，そのようにはなりません．この場合も，平行四辺形の作図をするとすぐに理解できます．図 4.3 のように，平行四辺形の作図から，$F_A > F_B$ となり，**A 君の方が大きな力が必要**であることがわかります．要するに，「荷物の重さを支えているのは，ほとんど A 君である.」ことになります．

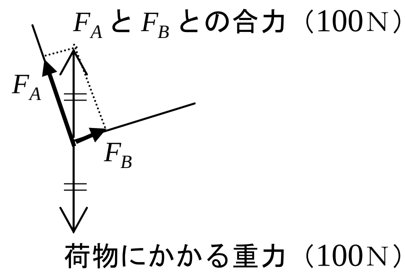


図 4.3　力の合成の応用例 3

この実験はすぐにできるものですから，ぜひ実際に行ってみて下さい．そして，実体験と力の合成の規則性（平行四辺形の関係）とを関連させて，理解を深めていきましょう．

5. 力の分解の応用例　～斜面をすべり落ちる物体の例～

図 5.1 の①，②のように，質量は同じで，角度が異なるなめらかな斜面をすべり落ちる物体を考えます．①の物体はゆっくり落ち，②の物体は速く落ちることは，みなさんは経験的に理解していることでしょう．それでは，どちらの物体も同じ大きさの重力をうけているのに，なぜ②の物体の方が速く落ちるのでしょうか．

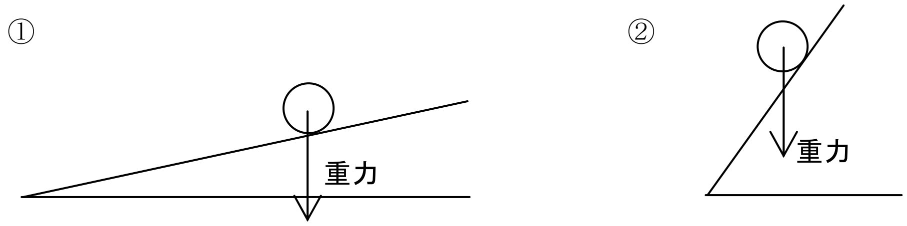


図 5.1　力の分解の応用例 1

この現象は，力の分解を使うとうまく説明することができます．

図 5.2 のように，①，②とも重力を，斜面に平行な方向と垂直な方向に分解してみましょう．重力の斜面に平行な方向の分力を F_1，斜面に垂直な方向の分力を F_2 とします．そうすると，物体には重力のかわりに，F_1 と F_2 がはたらいていると考えてもよいわけです．F_1 は物体を斜面にそって引く力となり，F_2 は物体を斜面に押しつける力になります．

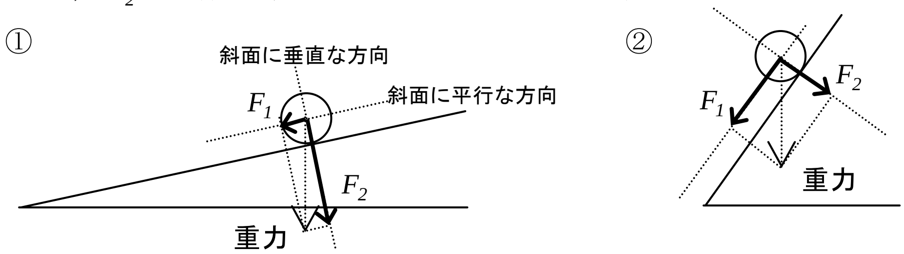


図 5.2　力の分解の応用例 2

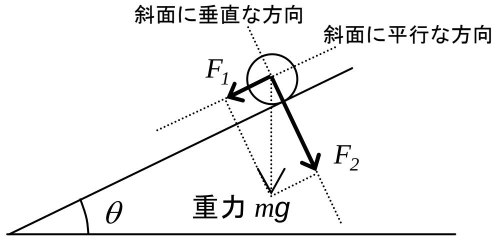
物体が斜面に沿ってすべり落ちる原因となる力は F_1 です．（F_2 は斜面に平行な運動に直接関係がありません．）　図 5.2 からわかるように，②の方が F_1 の大きさが大きいため，①のときより速く落ちる（加速度が大きい）ことが説明できます．つまり，「斜面の傾きが大きくなると，**斜面に平行な方向の重力の分力が大きくなるため**，物体は速く落ちる（加速度が大きくなる）．」ことになります．

なお，物体には F_2 がはたらいているのに，F_2 の向きに動き出さないのはどのように考えたらよいのでしょうか．それは，物体は「斜面が物体をおす力 N（垂直抗力）」を F_2 と逆方向に受けており，F_2 と N がちょうどつりあっているので，物体は F_2 の向きに動き出さないと考えればよいのです．

6. 重力の分解

【例　題】

図のように，水平と角 θ をなすなめらかな斜面上に質量 m の小物体がある．小物体にかかる重力 mg を，斜面に対して平行な方向と垂直な方向に分解したとき，それぞれの大きさ F_1 と F_2 を求めなさい．ただし，g は重力加速度の大きさをあらわしている．



〔準　備〕　～三角比の確認～

図 6.1 のように，直角三角形の三辺の長さを a，b，c，角度を θ とします．このとき b，c の長さを a と θ を使ってあらわしてみましょう．ここで，$\dfrac{b}{a}$ は $\sin\theta$ （サイン・シータ）となりますが， sin の s の筆記体 "のイメージ" でとらえておくと覚えやすいです．同様に，$\dfrac{c}{a}$ は $\cos\theta$ （コサイン・シータ）となりますが，これは cos の "のイメージ" でとらえておくと，よいでしょう．

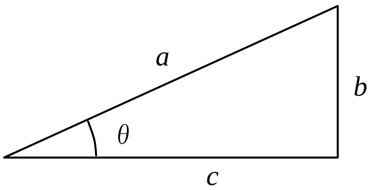
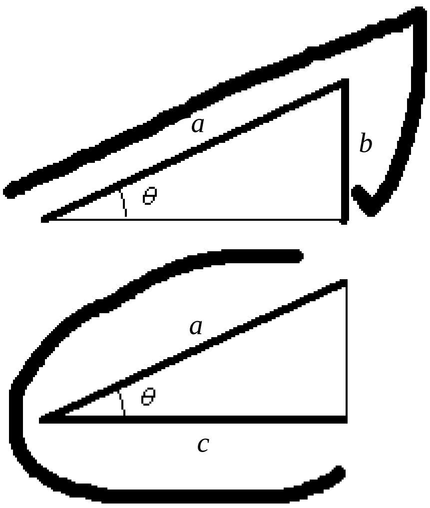


図 6.1　直角三角形



$\dfrac{b}{a} = \sin\theta$， したがって，$b = a\sin\theta$

$\dfrac{c}{a} = \cos\theta$， したがって，$c = a\cos\theta$

図 6.2　 sin と cos のイメージ

一般に，図 6.3 のような力 F を，互いに垂直な２方向に分解するとき，それぞれの成分は $F\cos\theta$，$F\sin\theta$ となります．これは，先ほど考察したとおり，cos は "のイメージ"，sin は "のイメージ" でとらえるとわかりやすいと思います．またこの場合は，"角 θ をつくる方向が cos（コサイン），反対方向が sin（サイン）" と覚えておいてもよいでしょう．

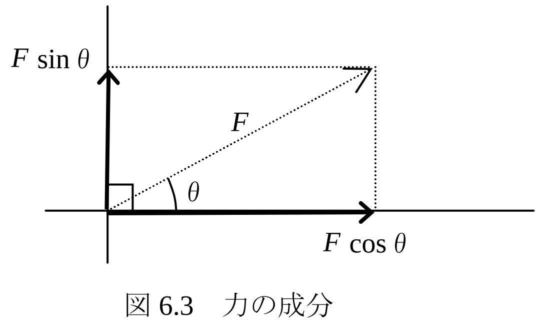


図 6.3　力の成分

〔解き方〕

この問題のポイントは，“重力 mg（の矢印）と F_1（の矢印）および F_2（の矢印）がつくる角のうち，どちらかが θ になっている”ということです．θ を 30 度ぐらいの小さな角でしっかりと図を描くと，直感的に重力 mg（の矢印）と F_2（の矢印）のつくる角が θ であることがわかります．直感的に判断することが重要なときもありますが，ここでは，もう少していねいに証明してみましょう．

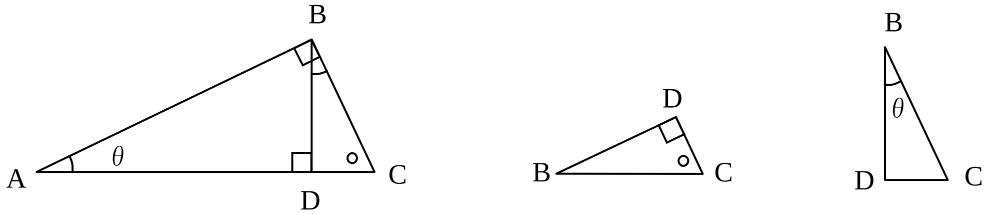


図 6.4　直角三角形と相似

図 6.4 のように直角三角形 ABC の B から A C へ下ろした垂線の足を D とします．

このとき，△ABC（大きい三角形）と△BDC（小さい三角形）は相似（形が同じ）になっています．なぜなら，どちらも直角三角形で，角 C が共通より，２角がそれぞれ等しくなっているからです．相似になっていることは，△ABC（大きい三角形）と，△BDC（小さい三角形）を裏返して辺 BC を水平に置いたものを比べると，よくわかります．

したがって，△ABC（大きい三角形）のとがった角（∠A＝θ）と△BDC（小さい三角形）のとがった角（∠CBD）は同じ大きさになるため，∠CBD＝θ となります．

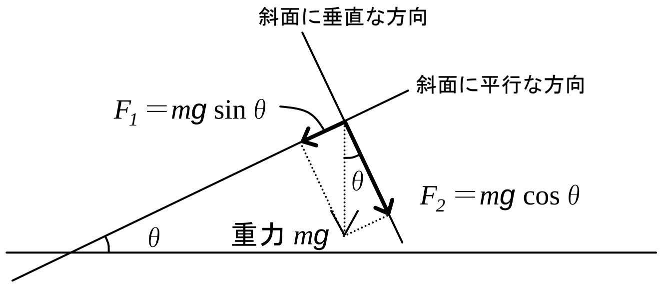
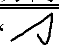


図 6.5　重力の分解

この関係を使えば，重力 mg の矢印と F_2 の矢印のつくる角が θ になることがわかります．この角度が θ だとわかると，“のイメージ”，または，“角 θ をつくる方向が cos（コサイン），を思い出せば，F_2 は $mg\cos\theta$ になることがわかるでしょう．同様に，“のイメージ”，または，“角 θ をつくる反対方向が sin（サイン），を思い出せば，F_1 は $mg\sin\theta$ になりますね．

（答）　$F_1 = mg\sin\theta$　，　$F_2 = mg\cos\theta$

参考文献

〔1〕　三浦　登　ほか 24 名　　新編物理 I　東京書籍株式会社