

2. 放物運動の公式

変位・速度・加速度の関係を考えて、次の放物運動をまとめると下記のようになる。ただし、初速度を v_0 [m/s]、重力加速度を g [m/s²] とする。また、斜方投射で初速度の仰角を θ とする。

(1) 等加速度運動

$$t \text{ 秒後の速度: } v = v_0 + at$$

$$t \text{ 秒間の変位: } s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

(2) 自由落下 (下向き正)

$$t \text{ 秒後の速度: } v = gt$$

$$t \text{ 秒間の変位: } y = \frac{1}{2} gt^2$$

(3) 投げ下ろし (下向き正)

$$t \text{ 秒後の速度: } v = v_0 + gt$$

$$t \text{ 秒間の変位: } y = v_0 t + \frac{1}{2} gt^2$$

(4) 投げ上げ (上向き正)

$$t \text{ 秒後の速度: } v = v_0 + gt$$

$$t \text{ 秒間の変位 (高さ): } y = v_0 t - \frac{1}{2} gt^2$$

(5) 水平投射

$$\text{水平方向: 速度 } v_x = v_0$$

$$\text{変位 } x = v_0 t$$

$$\text{鉛直方向: 速度 } v_y = gt$$

$$\text{変位 } y = \frac{1}{2} gt^2$$

(6) 斜方投射

$$\text{水平方向: 速度 } v_x = v_0 \cos \theta$$

$$\text{変位 } x = v_0 \cos \theta \cdot t$$

$$\text{鉛直方向: 速度 } v_y = v_0 \sin \theta - gt$$

$$\text{変位 } y = v_0 \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2} gt^2$$

これより次のものも求められる。

(2) 自由落下

$$y = h \text{ とおくと } h \text{ m 落下する時間は } t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

これを $v = gt$ に代入して

$$h \text{ m 落下したときの速さは } v = \sqrt{2gh}$$

(4) 投げ上げ(上向き正)

$$v = 0 \text{ とおくと最高点までの時間は } t = \frac{v_0}{g}$$

これを $y = v_0 t - \frac{1}{2} gt^2$ に代入して

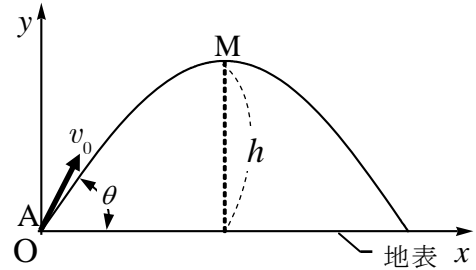
$$\text{最高点の高さは } h = \frac{v_0^2}{2g}$$

(6)斜方投射

$$v_y = 0 \text{ とおくと最高点までの時間は } t = \frac{v_0 \sin \theta}{g}$$

これを $y = v_0 \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2}gt^2$ に代入して

$$\text{最高点の高さは } h = \frac{(v_0 \sin \theta)^2}{2g}$$



〔注〕 斜方投射において $x = v_0 \cos \theta \cdot t$ より $t = \frac{x}{v_0 \cos \theta}$

$$\begin{aligned} \text{このとき, } y &= v_0 \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2}gt^2 \\ &= v_0 \sin \theta \times \frac{x}{v_0 \cos \theta} - \frac{1}{2}g \left(\frac{x}{v_0 \cos \theta} \right)^2 \\ &= x \tan \theta - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta} x^2 \end{aligned}$$

であるから, 放物線を描く.

ただし, これは空気抵抗がないと仮定した場合の話であって, 空気抵抗がある場合はこのようにならない. (後述)