

数検パズル 解答例

① 蚊取り線香

(1)蚊取り線香は渦巻いており、半分や四分の一の位置を見つけるのは難しい。

また、ここでは 60 分は忘れて 60 分を全体、45 分は $\frac{3}{4}$ であるという風に考える。

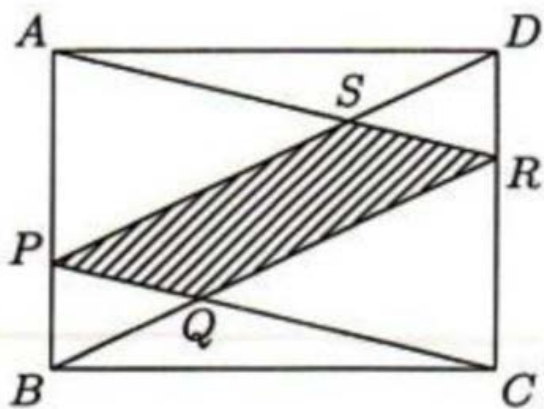
(i)まず、半分の時間の計り方を考える。蚊取り線香が一端のみに火をつけた時に燃え尽きる時間が記されているので、両端に同時に火をつけた時には燃え尽きる時間は半分となる。また、両端に同時に火をつけた時燃え尽きる位置はちょうど $\frac{1}{2}$ の位置となる。

(ii)半分の時間の計り方が分かったので、次に $\frac{1}{4}$ の時間の計り方を考える。

ここでは、半分の半分であることを考える。蚊取り線香の一方が(i)の燃え尽き方で燃やした時に、同時にもう一方の片端に火をつけておけばちょうど半分の位置で燃えていることになる。

このときに燃えていない部分の長さは $\frac{1}{2}$ である。この半分の $\frac{1}{4}$ であるので、この時に残った片端に火をつける。ことによって $\frac{3}{4}$ の長さ、すなわち 45 分の時間が計れたことになる。

② 面積 (数学ジュニアオリンピックより 改題)



$$\square ABCD = 5 \cdot 7 = 35$$

$$\triangle APS \propto \triangle RDS \quad \text{かつ}$$

$$\triangle CRQ \propto \triangle PBQ \quad \text{であるから、}$$

$$AP : RD = CR : PB$$

$$= 9 : 4 \quad \text{より、}$$

$$\triangle APS : \triangle RDS$$

$$= \triangle CRQ : \triangle PBQ$$

$$= 9 : 4 \quad \text{である。}$$

ここで $\triangle ARD$ と $\triangle BCR$ をたしたものは $\square ABCD$ の半分であるから、残りの $\triangle ABR$ についてのみ考えていく。

$$\triangle ABR \propto \triangle APS \propto \triangle PBQ \quad \text{かつ}$$

$$AB : AP : PB = 5 : 3 : 2$$

$$\triangle ABR : \triangle APS : \triangle PBQ$$

$$= 25 : 9 : 4$$

よって、

$$\square PQRS = 12/25 \cdot \triangle ABR$$

$$= 12/25 \cdot \square ABCD$$

$$= 42/5$$

③平均の値を求める（数学ジュニアオリンピックより 改題）

まず1の位のみで考えてみる。

0~9までの数のうち、1と2を除いたものの平均は、

$$\frac{0+3+4+5+6+7+8+9}{10-2} = \frac{42}{8} = 5.25$$

である。

問題で与えられているのが、0~100000であり、

100000にも1が入っているので、0~99999の範囲で考えればよい。

よって求める値は、各位の平均がすでに求まっているので、

$$5.25 \times 10000 + 5.25 \times 1000 + \dots + 5.25$$

$$= 5.25 \times 11111$$

$$= 5.8332.75$$

④約数の数 (Newton より改題)

1人目は {1,2,3,4,...200} を裏返していく。

2人目は {2,4,6,8,...200} を裏返していく。

3人目は {3,6,9,12,...198} を裏返していく。

4人目は {4,8,12,16...200} を裏返していく。

この視点では分かりにくいので、 n 番目に置いてあるカードが何人目に裏返されていくかを考えていく。

1番目は {1} 人目に裏返される。

2番目は {1,2} 人目に裏返される。

3番目は {1,3} 人目に裏返される。

4番目は {1,2,4} 人目に裏返される。

: :

8番目は {1,2,4,8} 人目に裏返される。

9番目は {1,3,9} 人目に裏返される。

: :

上記の考え方をするとわかりやすい。 n 番目のカードは { n の約数} 人目に裏返されているのがわかる。

初期状態は全てのカードが表向きであり、最終的に裏向きのものは奇数回裏返されたものである。よって、約数を奇数個持つ整数は平方数のみであり、200までに14個存在するので、求める値は14である。