

4. 乗法の公式とその利用

整式の加法、減法、乗法は数の場合と同じように、次の3つの法則を基礎にしています。

計算の基本法則

交換法則	$A + B = B + A$	$AB = BA$
結合法則	$(A + B) + C = A + (B + C)$	$(AB)C = A(BC)$
分配法則	$A(B + C) = AB + AC$	$(A + B)C = AC + BC$

上の3つの法則をもとに、次の乗法の公式が得られ、それを用いて式の展開や、因数分解がなされます。

乗法の公式（展開公式） [⇔ 因数分解の公式]

公式 1. $m(a + b) = ma + mb$

公式 2. $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ (複号同順)

公式 3. $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

公式 4. $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

公式 5. $(ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$

公式 6. $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$ (複号同順)

公式 7. $(a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \pm b^3$ (複号同順)

必ず覚えてね。
自由に使えるよ
うになってくだ
さい！

複号同順：複号 ±, ∓
は、上なら全部上を選
び、下なら全部下を選
んだ、2通りの式が成り立
つという意味。

例題 7 次の式を乗法の公式を用いて展開しなさい。〔乗法の公式の利用〕

(1) $(3x + 2y)^2 = (3x)^2 + 2(3x)(2y) + (2y)^2 = 9x^2 + 12xy + 4y^2$ —— [公式 2]

(2) $(3a - 2b)^2 = (3a)^2 - 2(3a)(2b) + (2b)^2 = 9a^2 - 12ab + 4b^2$ —— [公式 2]

(3) $(3x - 2y)^3 = (3x)^3 - 3(3x)^2(2y) + 3(3x)(2y)^2 - (2y)^3$ —— [公式 6]
 $= 27x^3 - 54x^2y + 36xy^2 - 8y^3$

(4) $(3x + 2y)(3x - 2y) = (3x)^2 - (2y)^2 = 9x^2 - 4y^2$ —— [公式 3]

(5) $(x + 2)(3x + 4) = 3x^2 + (4 + 6)x + 8$ —— [公式 5]
 $= 3x^2 + 10x + 8$

(6) $(x + 2)(x^2 - 2x + 4) = (x + 2)\{x^2 - (2 \times x) + 2^2\}$ —— [公式 7]
 $= x^3 + 8$

(7) $(x + y + z)^2 = \{(x + y) + z\}^2 = (x + y)^2 + 2(x + y)z + z^2$ —— [公式 2]
 $= x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx$