２．指数関数とグラフ

指数関数とは

$a>0$，$a \neq 1$ とするとき、実数全体を定義域とする関数

$$y = a^x$$

を、a を底とする指数関数といいます。

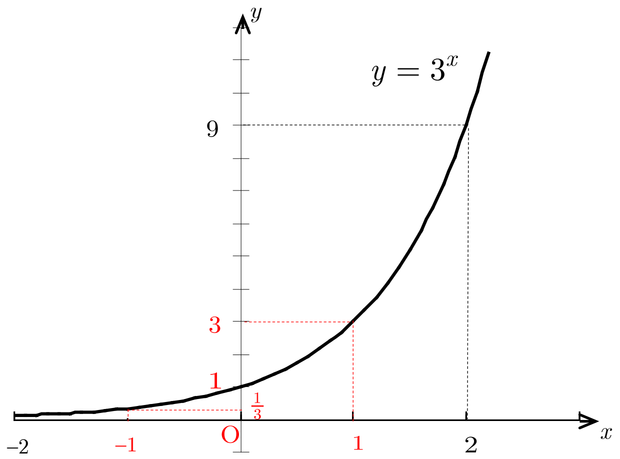
例として、3 を底とする指数関数のグラフをかいてみましょう。

3 を底とする指数関数は $y = 3^x$ と表され、x の値（x 座標）に対する y の値（y 座標）を計算して表を作成します。

次に、それぞれ x と y との値の組を座標とする点を滑らかに結んでできる曲線が指数関数 $y = 3^x$ のグラフです。

［注：これから後にかかれているグラフは、見やすくするために x 軸と y 軸の目盛の幅が等しくなっていないグラフがありますので注意して見てください。］

x	・・・	-3	-2	-1	0	1	2	・・・
$y(=3^x)$	・・・	$\frac{1}{27}(\fallingdotseq 0.04)$	$\frac{1}{9}(\fallingdotseq 0.11)$	$\frac{1}{3}(\fallingdotseq 0.33)$	$3^0=1$	3	9	・・・



指数関数 $y = a^x$ のグラフをかくポイントは、「指数関数の性質」（次ページ）を理解して、グラフの概形を把握した上で、まず、

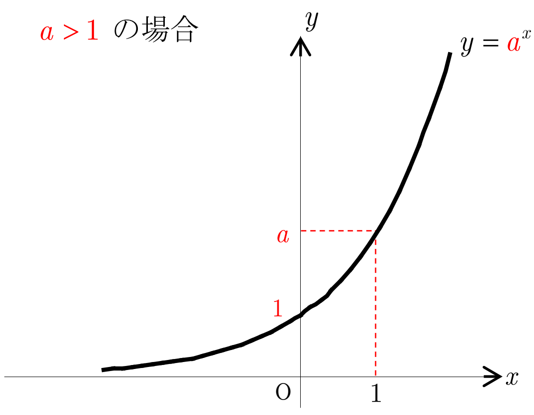
① 指数 $=0$　$(x=0)$のとき、　$y=a^0=1$

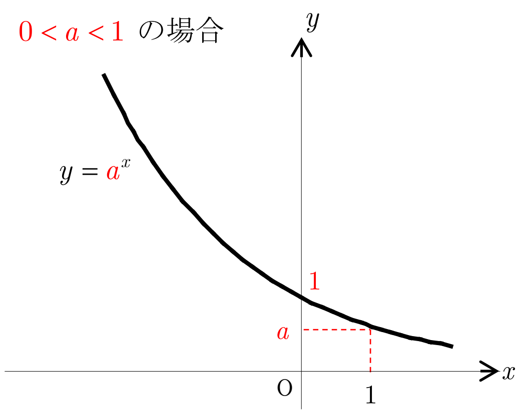
② 指数 $=1$　$(x=1)$のとき、$y=a^1=a$

③ 指数 $=-1$　$(x=-1)$のとき、$y=a^{-1}=\frac{1}{a}$

以上３点の座標を求め、他に1・2点の座標を求めるとよい。（上の表を参照）

一般に、指数関数のグラフは、以下のようになります。





指数関数 $y=a^x$ の性質

1．定義域（ x の変位）は実数全体で、値域（ y の変位）は正の数全体です。

2．$a>1$ の場合、x が増加すれば、y も増加します。← 単調増加

すなわち、　$x_1<x_2 \Leftrightarrow a^{x_1}<a^{x_2}$　が成り立ちます。

$0<a<1$ の場合、x が増加すれば、y は減少します。← 単調減少

すなわち、　$x_1<x_2 \Leftrightarrow a^{x_1}>a^{x_2}$　が成り立ちます。

3．グラフは点（ 0 , 1 ）と（ 1 , a ）を通り、x 軸が漸近線になります。

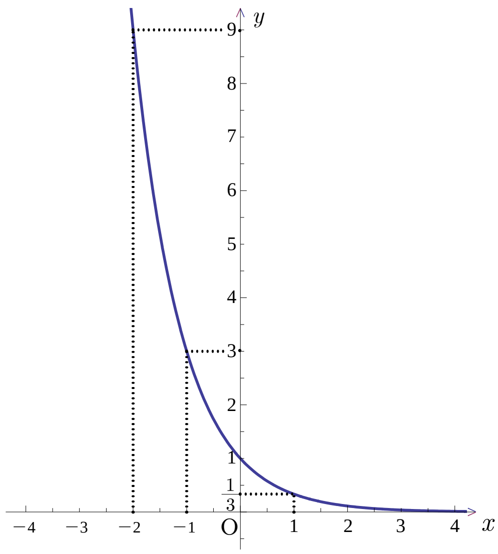
└ x 軸に限りなく近づく

漸近線（ぜんきんせん）:曲線がある定まった直線に、限りなく近づいていくとき、
その直線を曲線の漸近線といいます。

例題３　次の関数のグラフをかきなさい。（ x と y の値を 5～6 組対応させた表をかいてください。）

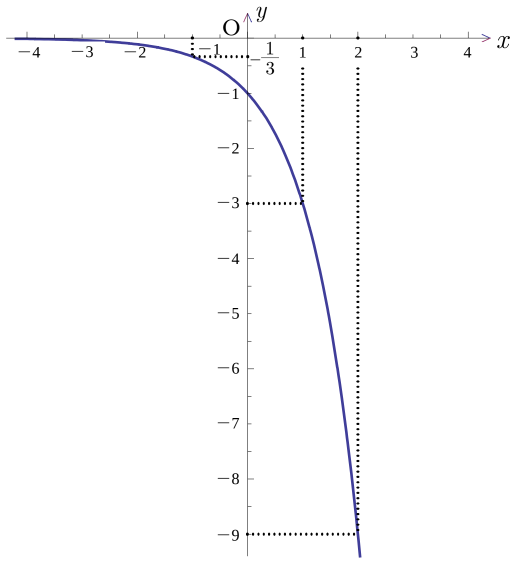
(1)　$y=\left(\dfrac{1}{3}\right)^x$

x	$\cdots$	-2	-1	0	1	2	3	$\cdots$
y	$\cdots$	9	3	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{27}$	$\cdots$



(2)　$y=-3^x$

x	$\cdots$	-2	-1	0	1	2	3	$\cdots$
y	$\cdots$	$-\frac{1}{9}$	$-\frac{1}{3}$	-1	-3	-9	-27	$\cdots$



例題４　次の方程式を解きなさい。

(1)　$2^{2x}=16$

$2^{2x}=2^4$ であるから $2x=4$　よって　$x=2$

(2)　$25^{x-1}=5^{x+1}$

$5^{2(x-1)}=5^{x+1}$ であるから

$2x-2=x+1$　よって　$x=3$