1．平均変化率と直線の傾き

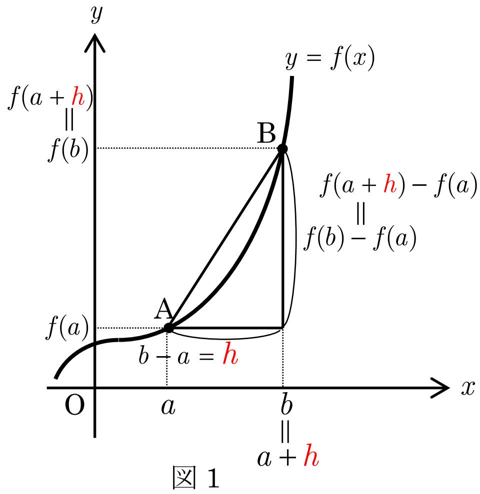

図 1

関数 $y = f(x)$ において、x の値の変化につれて y が
どのように変化するのかを変化の割合で調べて見ましょう。

図１は、x を $a \to b$ まで変化させた $y = f(x)$ のグラフ上の
２点の座標を　A$(a, f(a))$,B$(b\ , f(b))$　としたときと、

さらに同じ２点の表現を変えて、x の変化を $b-a=h$ とおき、
$b = a+h$ とした 2点の座標を　$A(a, f(a))$,　$B(a+h, f(a+h))$
を記入した図です。　この２点の

x 座標の変化量は、$a \to b$ なので ⟶ $b-a$

y 座標の変化量は、$f(a) \to f(b)$ なので ⟶ $f(b)-f(a)$

同様に、x 座標の変化量は、$a \to a+h$ なので ⟶ $(a+h)-a = h$

y 座標の変化量は、$f(a) \to f(a+h)$ なので ⟶ $f(a+h)-f(a)$　となります。

そこで、A、B 間の x と $f(x)$ の変化の割合を $x = a$ から b (または、$a+h$)までの関数 $f(x)$ の**平均変化率**といい、

次のように表します。 $\boxed{平均変化率 = \dfrac{f(b)-f(a)}{b-a} = \dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}}$ ………①

なお、平均変化率は直線ABの傾きと同じです。

以下に計算例をあげます。

関数 $y = x^2$ について、次の場合の平均変化率をもとめる。

(1) $x = 0$ から 1 まで　(2) $x = 1$ から 2 まで　(3) $x = 0$ から 2 まで

解：　$f(x) = x^2$　とおいて、以下のように計算します。(右図参照)

(1) 平均変化率 $= \dfrac{y座標の変化}{x座標の変化} = \dfrac{f(1)-f(0)}{1-0} = \dfrac{1^2-0^2}{1} = \dfrac{1}{1} = 1$　←直線OAの傾き

(2) 平均変化率 $= \dfrac{y座標の変化}{x座標の変化} = \dfrac{f(2)-f(1)}{2-1} = \dfrac{2^2-1^2}{1} = \dfrac{3}{1} = 3$　←直線ABの傾き

(3) 平均変化率 $= \dfrac{y座標の変化}{x座標の変化} = \dfrac{f(2)-f(0)}{2-0} = \dfrac{2^2-0^2}{2} = \dfrac{4}{2} = 2$　←直線OBの傾き

以上から、(2) の平均変化率が３で、最も変化が大きいことがわかります。
また、(2) の直線ABの傾きも最も大きく、急勾配であることがわかります。

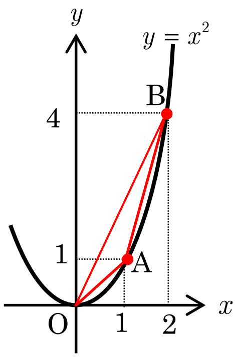

図 2